

Hier noch mal die exakten Lösungen:

	$z^4 = 1$	$z^4 = i$	$z^4 = -1$	$z^4 = -i$
$z_1$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}} + \frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{2}}i$	$\frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2}i$	$\frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{2}} + \frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}i$
$z_2$	i	$-\frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{2}} + \frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}i$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2}i$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}} + \frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{2}}i$
$z_3$	-1	$-\frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}} - \frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{2}}i$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2} - \frac{1}{2}\sqrt{2}i$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{2}} - \frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}i$
$z_4$	-i	$\frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{2}} - \frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}i$	$\frac{1}{2}\sqrt{2} - \frac{1}{2}\sqrt{2}i$	$\frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}} - \frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{2}}i$

oder in Polarform

	$z^4 = 1$	$z^4 = i$	$z^4 = -1$	$z^4 = -i$
$z_1$	$E\left(\frac{0}{8}\pi\right)$	$E\left(\frac{1}{8}\pi\right)$	$E\left(\frac{2}{8}\pi\right)$	$E\left(\frac{3}{8}\pi\right)$
$z_2$	$E\left(\frac{4}{8}\pi\right)$	$E\left(\frac{5}{8}\pi\right)$	$E\left(\frac{6}{8}\pi\right)$	$E\left(\frac{7}{8}\pi\right)$
$z_3$	$E\left(\frac{8}{8}\pi\right)$	$E\left(\frac{9}{8}\pi\right)$	$E\left(\frac{10}{8}\pi\right)$	$E\left(\frac{11}{8}\pi\right)$
$z_4$	$E\left(\frac{12}{8}\pi\right)$	$E\left(\frac{13}{8}\pi\right)$	$E\left(\frac{14}{8}\pi\right)$	$E\left(\frac{15}{8}\pi\right)$

Die gleiche Tabelle unter Verwendung konjugiert komplexer Zahlen:

	$z^4 = 1$	$z^4 = i$	$z^4 = -1$	$z^4 = -i$
$z_1$	$E\left(\frac{0}{8}\pi\right)$	$E\left(\frac{1}{8}\pi\right)$	$E\left(\frac{2}{8}\pi\right)$	$E\left(\frac{3}{8}\pi\right)$
$z_2$	$E\left(\frac{4}{8}\pi\right)$	$E\left(\frac{5}{8}\pi\right)$	$E\left(\frac{6}{8}\pi\right)$	$E\left(\frac{7}{8}\pi\right)$
$z_3$	$E\left(\frac{8}{8}\pi\right)$	$E^*\left(\frac{7}{8}\pi\right)$	$E^*\left(\frac{6}{8}\pi\right)$	$E^*\left(\frac{5}{8}\pi\right)$
$z_4$	$E^*\left(\frac{4}{8}\pi\right)$	$E^*\left(\frac{3}{8}\pi\right)$	$E^*\left(\frac{2}{8}\pi\right)$	$E^*\left(\frac{1}{8}\pi\right)$

Wenn man ein bisschen genauer hinschaut, fällt auf, dass die Tabelle die 16. Einheitswurzeln darstellt und das Gesamtbild demzufolge ein regelmäßiges 16-Eck ergibt.

Es läßt sich zeigen:  $L_{z^n=1} \cup L_{z^n=i} \cup L_{z^n=-1} \cup L_{z^n=-i} = E_{4n}$

Aber zu unserem Problem.

Gegeben ist ein Polynom  $P(x)$  mit reellen Koeffizienten.

Wenn  $z$  eine Lösung der Gleichung  $P(x)=0$  ist, dann ist auch  $z^*$  Lösung dieser Gleichung.