

erlaubte Hilfsmittel: CAS, Tafelwerk

Seite 1/3

1. Definieren Sie:
 - a) Zahlenfolge
 - b) arithmetische Zahlenfolge
 - c) streng monoton fallende Zahlenfolge
 - d) konvergente Zahlenfolge

2. Gegeben ist die Zahlenfolge $(a_n) = \left(\frac{n+99}{n^2}\right)$.

Berechnen Sie die ersten 10 Folgenglieder und stellen Sie sie grafisch dar.

Prüfen Sie, ob es sich um eine geometrische Zahlenfolge handelt.

Führen Sie eine exakte Monotonieuntersuchung durch.

Weisen Sie mithilfe der Grenzwertdefinition nach, dass diese Zahlenfolge eine Nullfolge ist.

Bestimmen Sie die Anzahl der Folgenglieder, die außerhalb der ε -Umgebung

liegen, wenn $\varepsilon = \frac{1}{1000}$ ist.

Für welches ε liegen 1000 Folgenglieder außerhalb der ε -Umgebung?

3. Gegeben ist eine Zahlenfolge mit $(a_n) = (2; 4; \dots)$.

Bestimmen Sie eine explizite und eine rekursive Bildungsvorschrift für den Fall, dass es sich um eine

- a) arithmetische
- b) geometrische

Zahlenfolge handelt.

erlaubte Hilfsmittel: CAS, Tafelwerk

Seite 2/3

4. Gegeben sind arithmetische Zahlenfolgen durch je 2 Folgenglieder.
Bestimmen Sie eine rekursive Bildungsvorschrift.
- a) $a_1 = 5, a_3 = 10$
- b) $b_{10} = \frac{3}{7}, b_{22} = -\frac{6}{7}$
5. Arithmetische Zahlenfolgen heißen so, weil jedes Folgenglied mit $n > 1$ das arithmetische Mittel seiner beiden Nachbarn ist.
Beispiel: $(a_n) = (3; 5; 7; 9; 11; \dots)$ 5 ist der Mittelwert von 3 und 7, 7 ist der Mittelwert von 5 und 9 usw.
Beweisen Sie dies für die Zahlenfolge $(a_n) = (a_1 + (n-1) \cdot d)$
6. Gegeben sind zwei beliebige arithmetische Zahlenfolgen (a_n) und (b_n) . Außerdem ist eine Zahlenfolge (c_n) definiert durch $c_k = a_k + b_k$.
Beweisen Sie, dass (c_n) eine arithmetische Zahlenfolge ist.

erlaubte Hilfsmittel: CAS, Tafelwerk

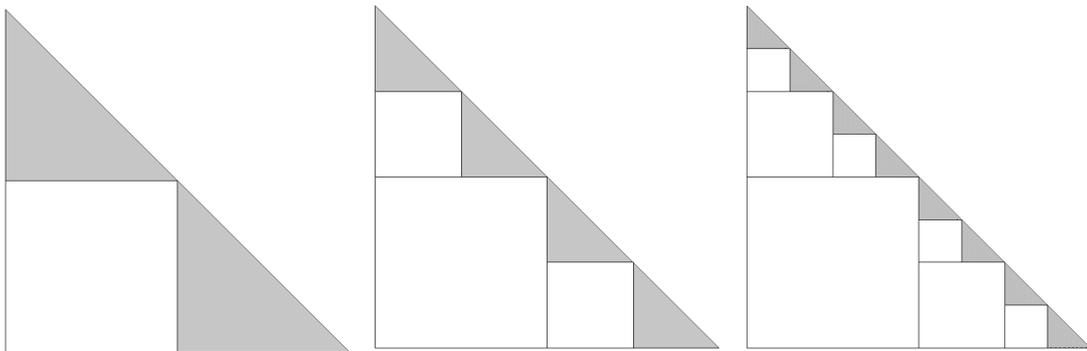
Seite 3/3

Zusatzaufgabe:

In ein gleichschenkelig rechtwinkliges Dreieck mit der Kathetenlänge a werden gemäß der Skizze nacheinander 1, 2, 4, 8, ... Quadrate gezeichnet.

Geben Sie eine Formel für den Flächeninhalt des grauen Restes in Abhängigkeit von der Schrittzahl an.

Wie oft muss man die Konstruktion wiederholen, damit der Flächeninhalt der grauen Restfläche weniger als 1% der Dreiecksfläche beträgt?



1. Schritt

2. Schritt

3. Schritt