

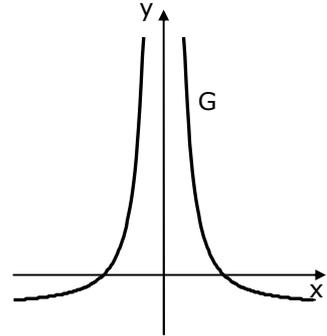
2. Klausur Mathematik Klasse 11 CAS, Tafelwerk

1. nach Abitur 2007 Ma GK W1

Gegeben ist eine Funktion f durch die Gleichung

$$f(x) = \frac{4}{x^2} - 1.$$

Der Graph von f ist G (siehe Abbildung).



- 1.1 Geben Sie den Definitionsbereich von f an.
Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte von G mit der x -Achse.
Geben Sie die Gleichungen der Asymptoten von G an.
Prüfen Sie G auf Symmetrie.
- 1.2 Untersuchen Sie f auf lokale Extremstellen.
Bestimmen Sie rechnerisch die Gleichung der Tangente t an G im Punkt $P(-2|0)$.
Bestätigen Sie, dass $Q(1|3)$ ein weiterer gemeinsamer Punkt von G und t ist.
- 1.3 Für jedes reelle u mit $0 < u < 2$ bilden die Punkte $A(u|0)$, $B(u|f(u))$, $C(-u|f(-u))$ und $D(-u|0)$ ein Rechteck.
- 1.3.1 Geben Sie dasjenige u an, für das das Rechteck $ABCD$ ein Quadrat ist.
- 1.3.2 Weisen Sie nach, dass es kein Rechteck maximalen Flächeninhaltes gibt, obwohl anschaulich der Flächeninhalt für $u = 0$ und auch für $u = 2$ Null ist.
Woran liegt das?
- 1.4 Weisen Sie nach, dass folgende Aussage richtig ist:
Alle Graphen der Funktionen mit der Gleichung

$$h(x) = \frac{a - b \cdot x^2}{c \cdot x^2} \quad \text{mit } x \in \mathbb{R}, x \neq 0 \text{ und } a, b, c \in \mathbb{R}, a, c \neq 0$$

besitzen keinen lokalen Extrempunkt.

2. Extremwertaufgabe

Der Weltfußballverband FIFA¹ schreibt für seine Spielfelder eine minimale Breite von 64 m und eine minimale Länge von 100 m vor.

Ein Sportverein möchte einen Sportplatz errichten, der von einer 400-m-Bahn umgeben ist.

Das Innenfeld besteht also aus einer rechteckigen Rasenfläche und 2 Halbkreisflächen. Die Rasenfläche soll auf jeder Seite 1 m größer sein, als das eigentliche Spielfeld.

- 2.1 Ermitteln Sie Länge und Breite der rechteckigen Rasenfläche so, dass diese einen maximalen Flächeninhalt hat und prüfen Sie, ob damit das Spielfeld den Regularien der FIFA entspricht.

(Die Nebenbedingung erhält man über die 400 m lange Laufbahn)

Die Laufbahn soll überall 10 m breit sein. Die Herstellung eines Quadratmeters Laufbahn kostet 120 €; 1 m² Rasenfläche kostet 40 € und die Halbkreisflächen kosten je m² 20 €.

- 2.2 Ermitteln Sie die Kosten für ein Spielfeld mit einer Rasenfläche der Länge 102 m und der Breite 66 m.
- 2.3 Ermitteln Sie Länge und Breite der rechteckigen Rasenfläche so, dass der gesamte Sportplatz mit minimalen Kosten hergestellt werden kann und prüfen Sie, ob damit das Spielfeld den Regularien der FIFA entspricht.

¹ Fédération Internationale de Football Association