

Klausur Mathematik Klasse 11a
- Analysis -
Teil 2
Hilfsmittel: Tafelwerk, CAS

- 1.1 Untersuchen Sie, ob es eine ganzrationale Funktion vierten Grades mit folgenden Eigenschaften gibt:

Ihr Graph schneidet die x-Achse an den Stellen -10 und 30 und verläuft durch den Punkt $P\left(15 \mid \frac{99}{8}\right)$. Die Funktion hat an der Stelle 10 ein lokales Minimum vom Wert 12.

- 1.2 Gegeben sind die Funktionenschar h_k und die Funktion f mit ihren Gleichungen.

$$f(x) = \frac{-21}{100\,000}x^4 + \frac{3}{500}x^3 + \frac{81}{10} \quad x \in \mathbb{R}$$

$$h_k(x) = -\frac{1}{k^3}\left(x - \frac{1}{k^2}\right)^2 + \frac{91}{10} + k; \quad x, k \in \mathbb{R}; k > 0$$

- 1.2.1 Bestimmen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte des Graphen von f mit den Koordinatenachsen sowie die Koordinaten der Extrem- und Wendepunkte. Weisen Sie die Art der Extrema sowie die Existenz der Wendepunkte nach. Stellen Sie den Graphen von f und den von h_3 in einem gemeinsamen Koordinatensystem graphisch dar.
- 1.2.2 Ermitteln Sie die Größe der Fläche F , die begrenzt ist durch den Graphen von f und die Koordinatenachsen. Der Graph der Funktion h_3 zerlegt F in zwei Teilflächen. Berechnen Sie den prozentualen Anteil einer der beiden Teilflächen an der Gesamtfläche F .
- 1.2.3 Weisen Sie nach, dass jeder Graph der Funktionenschar h_k genau einen Hochpunkt hat. Geben Sie die Gleichung der Funktion an, auf deren Graphen alle diese Hochpunkte liegen.
- 1.2.4 Es soll untersucht werden, ob es eine Funktion der Schar h_k gibt, deren Graph den Graphen von f berührt. Erläutern Sie die Vorgehensweise.