Gegeben sind die Funktionen f und g mit

$$f(x)=\sqrt{x+4}\ ;\ g(x)=\frac{1}{3}x+3-\sqrt{x+4}$$

in ihrer maximalen Definitionsmenge.

a) Zeichnen Sie das Schaubild von f für $-4 \le x \le 5$. Untersuchen Sie g auf lokale und globale Extremwerte. Wie verhält sich g' für $x \to -4$ bzw. $x \to +\infty$? Zeichnen Sie das Schaubild von g für $-4 \le x \le 5$ in das vorhandene Koordinatensystem ein.

b) Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die von den Schaubildern von f und g begrenzt wird.

c) Zeigen Sie, dass die Gerade (S_1S_2) durch die Schnittpunkte S_1 und S_2 der Schaubilder von f und g die in b) berechnete Fläche halbiert!

d) Weisen Sie nach, dass die Funktion g für $x > -\frac{7}{4}$ eine Umkehrfunktion $\overline{g}$ besitzt!

Berechnen Sie $\overline{g}'(3)$!

e) Untersuchen Sie, ob das Schaubild von g eine Asymptote mit der Steigung $\frac{1}{3}$ hat.

f) Für welche Punkte P auf dem Schaubild von g gibt es einen Punkt Q auf dem Schaubild von f so, dass die Tangenten in P und Q parallel sind? Bestimme die geometrischen Orte aller Punkte Q!

g) Die in b) berechnete Fläche schneidet aus jeder Geraden k: x=u mit $-3 < u < 21$ eine Strecke aus. Für welchen Wert u_1 von u wird die Länge dieser Strecke maximal? Geben Sie die maximale Länge an. In welchen Verhältnis teilt die Gerade k_1: x= u_1 die in b) berechnete Fläche?