1. Bestimmung der Art der Zahlenfolge

- arithmetisch, wenn für alle FG gilt: $\boxed{a_{n+1} - a_n = \text{konstant} = d}$
- Jedes FG ist arithmetisches Mittel seiner Nachbarn: $\boxed{a_{n+1} = \frac{a_n + a_{n+2}}{2}}$

- geometrisch, wenn für alle FG gilt: $\boxed{\frac{a_{n+1}}{a_n} = \text{konstant} = q}$
- Jedes FG ist geometrisches Mittel seiner Nachbarn: $\boxed{a_{n+1} = \sqrt{a_n \cdot a_{n+2}}}$

2. Bildungsvorschriften von Zahlenfolgen

explizit: direkt aus Gliednummer lässt sich das FG berechnen
rekursiv: FG lässt sich nur aus Vorgängern berechnen

	Wortvorschrift	explizit	rekursiv
allgemein	Quadratzahlen	$\boxed{a_n = n^2}$	$\boxed{a_1 = 1 \text{ und } a_{n+1} = a_n + 2n + 1}$
arithm.		$\boxed{a_n = a_1 + (n-1) \cdot d}$	$\boxed{a_1 = a_1 \text{ und } a_{n+1} = a_n + d}$
geometr.		$\boxed{a_n = a_1 \cdot q^{n-1}}$	$\boxed{a_1 = a_1 \text{ und } a_{n+1} = a_n \cdot q}$

3. Monotonieuntersuchung von Zahlenfolgen

allgemein:

- streng monoton wachsend, wenn für alle FG gilt: $\boxed{a_{n+1} - a_n > 0}$ oder $\boxed{\frac{a_{n+1}}{a_n} > 1}$
- streng monoton fallend, wenn für alle FG gilt: $\boxed{a_{n+1} - a_n < 0}$ oder $\boxed{\frac{a_{n+1}}{a_n} < 1}$
- monoton wachsend, wenn für alle FG gilt: $\boxed{a_{n+1} - a_n \geq 0}$ oder $\boxed{\frac{a_{n+1}}{a_n} \geq 1}$
- monoton fallend, wenn für alle FG gilt: $\boxed{a_{n+1} - a_n \leq 0}$ oder $\boxed{\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq 1}$

Jede streng monotone Zahlenfolge ist auch monoton, aber nicht umgekehrt.

arithmetisch:

- streng monoton wachsend, wenn $\boxed{d > 0}$
- konstant, wenn $\boxed{d = 0}$
- streng monoton fallend, wenn $\boxed{d < 0}$

geometrisch:

- $\boxed{a_1 > 0}$:
  - streng monoton wachsend, wenn $\boxed{q > 1}$
  - konstant, wenn $\boxed{q = 1}$
  - streng monoton fallend, wenn $\boxed{0 < q < 1}$
  - monoton fallend, wenn $\boxed{q = 0}$
  - alternierend, wenn $\boxed{q < 0}$
- $\boxed{a_1 = 0}$:
  - konstant
- $\boxed{a_1 < 0}$:
  - streng monoton fallend, wenn $\boxed{q > 1}$
  - konstant, wenn $\boxed{q = 1}$
  - streng monoton steigend, wenn $\boxed{0 < q < 1}$
  - monoton steigend, wenn $\boxed{q = 0}$
  - alternierend, wenn $\boxed{q < 0}$

4. Beschränktheit von Zahlenfolgen

allgemein:
- obere Schranke S, wenn für alle FG gilt: $\boxed{a_k < S}$
- untere Schranke s, wenn für alle FG gilt: $\boxed{s < a_k}$

arithmetisch:
- unbeschränkt, wenn $\boxed{d \neq 0}$

geometrisch:
- $\boxed{a_1 > 0}$
  - unbeschränkt, wenn $\boxed{\text{streng monoton wachsend}}$
  - $\boxed{s \leq 0}$, wenn $\boxed{\text{streng monoton fallend}}$
- $\boxed{a_1 < 0}$
  - unbeschränkt, wenn $\boxed{\text{streng monoton fallend}}$
  - $\boxed{S \geq 0}$, wenn $\boxed{\text{streng monoton wachsend}}$

5. Grenzwerte von Zahlenfolgen

allgemein:
- g ist Grenzwert wenn fast alle FG in jeder noch so kleinen ε-Umgebung liegen
- mon. wachsend: - $\boxed{g - a_n < \varepsilon}$
- mon. fallend: - $\boxed{a_n - g < \varepsilon}$
- alternierend: - $\boxed{|a_n - g| < \varepsilon}$
- Jede monotone und beschränkte Zahlenfolge besitzt einen Grenzwert.
- Es kann **nur einen** geben

arithmetisch:
- mon. wachsend: - $\boxed{\lim_{n\to\infty} a_n = "+\infty"}$
- mon. fallend: - $\boxed{\lim_{n\to\infty} a_n = "-\infty"}$
- konstant: - $\boxed{\lim_{n\to\infty} a_n = a_1}$

geometrisch:
- $\boxed{a_1 > 0}$
  - $\boxed{\lim_{n\to\infty} a_n = "+\infty"}$, wenn $\boxed{\text{streng monoton wachsend}}$
  - $\boxed{\lim_{n\to\infty} a_n = 0}$, wenn $\boxed{\text{streng monoton fallend}}$
- $\boxed{a_1 < 0}$
  - $\boxed{\lim_{n\to\infty} a_n = "-\infty"}$, wenn $\boxed{\text{streng monoton fallend}}$
  - $\boxed{\lim_{n\to\infty} a_n = 0}$, wenn $\boxed{\text{streng monoton wachsend}}$

- siehe auch „Erscheinungsbilder geometrischer Zahlenfolgen“

6. Partialsummen und Reihen

allgemein:

- $\boxed{s_n = \sum_{k=1}^{n} a_k}$ n-te Partialsumme, $\boxed{\lim_{n\to\infty} s_n = \sum_{k=1}^{\infty} a_k}$ Reihe
- $\boxed{s_1 = a_1}$ und $\boxed{s_{n+1} = s_n + a_{n+1}}$
- Reihe nur dann konvergent, wenn die Folge eine Nullfolge ist.
- Aber die Reihe einer NF muß nicht konvergieren (Bsp. harmonische Reihe)

arithmetisch:

- $\boxed{\sum_{k=1}^{n} a_k = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)}$
- Reihe außer für $(a_n) = (0;0;0;...)$ $\boxed{\text{divergent}}$

geometrisch:

- $\boxed{\sum_{k=1}^{n} a_k = a_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q}}$
- Reihe für $\boxed{0 < |q| < 1}$ $\boxed{\text{konvergent}}$ $\boxed{\lim_{n\to\infty} s_n = \sum_{k=1}^{\infty} a_k = a_1 \cdot \frac{1}{1-q}}$
- sonst $\boxed{\text{divergent}}$