

Die Behauptung, eine Münze sei ideal, soll geprüft werden.

- a) Die Münze wird 50mal geworfen; sie zeigt dabei 20mal Wappen (W). Teste die Hypothese $H_0: P(W)=0,5$ zweiseitig mit $\alpha=0,1$!

Der Erwartungswert bei richtiger Hypothese ist 25.

X :# Wappen

$$P(X \leq k_{\text{links}}) < 0,05$$

$$P(X > k_{\text{rechts}}) < 0,05 \text{ das ist gleichbedeutend mit } P(X \leq k_{\text{rechts}}) > 0,95$$

Die Tabelle ergibt: (n=50)

$$P(X \leq 18) = 0,0325$$

$$P(X \leq 19) = 0,0595$$

Der Wert, der kleiner als 0,05 ist, ist $X \leq 18$.

Also lehnt man bei 18 ab, und nimmt bei 19 die Hypothese an.

$$P(X \leq 30) = 0,9405$$

$$P(X \leq 31) = 0,9675$$

Der Wert, der größer als 0,95 ist, ist $X \leq 31$.

Also lehnt man bei 32 ab, und nimmt bei 31 die Hypothese an.

Somit ergibt sich der Annahmebereich 19;20;21; 22;23;24; **25**; 26;27;28; 29;30;31. Und der Erwartungswert ist in der Mitte.

- b) Für einen Test wird vereinbart, dass man davon ausgeht, die Münze sei ideal wenn bei 50 Würfeln mindestens 17mal und höchstens 33mal Wappen fällt. Mit welcher Irrtumswahrscheinlichkeit arbeitet dieser Test?

Der Annahmebereich ist also 17;18; ...**25**; ...32;33

Die Tabelle ergibt: (n=50)

$$P(X \leq 16) = 0,0077$$

$$P(X \leq 33) = 0,9923$$

Die Irrtumswahrscheinlichkeit ist dann $0,0077 + (1-0,9923) = 0,0154$.

- c) Berechne für a) und b) die Risiken zweiter Art, wenn in Wirklichkeit $p=0,4$ gilt!

Risiko zweiter Art bedeutet: H_0 wird angenommen, obwohl H_0 falsch ist.

$$\begin{aligned} \text{also bei a) } B_{50;0,4}(19 \leq X \leq 31) &= B_{50;0,4}(X \leq 31) - B_{50;0,4}(X \leq 18) \\ &= 0,9995 - 0,3356 \\ &= 0,6639 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{und bei b) } B_{50;0,4}(17 \leq X \leq 33) &= B_{50;0,4}(X \leq 33) - B_{50;0,4}(X \leq 16) \\ &= 0,9999 - 0,1561 \\ &= 0,8438 \end{aligned}$$

Ein Obstgroßhändler behauptet, dass höchstens 5% seiner Clementinen Kerne haben. Diese Behauptung möchte ein Abnehmer mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 3% überprüfen und entnimmt den Kisten der Lagerhalle 50 Clementinen. (Es sind so viele Clementinen da, dass man von einer Bernoullikette ausgehen kann!)

- a) Formuliere die Hypothesen!

$$H_0: p \leq 0,05, H_1: p > 0,05$$

- b) Ermittle den Ablehnungsbereich für H_0 !

X : # Clementinen mit Kernen; ein großes X spricht gegen H_0 , deshalb sucht man eine rechte Grenze.

$$\text{Im ungünstigsten Fall gilt } p = 0,05; \text{ also } B_{50;0,05}(X > k_{\text{rechts}}) < 0,03.$$

$$\text{Das ist gleichbedeutend mit } B_{50;0,05}(X \leq k_{\text{rechts}}) > 0,97.$$

Aus der Tabelle entnimmt man

$$P(X \leq 5) = 0,9622$$

$$P(X \leq 6) = 0,9882$$

Der Wert, der größer als 0,97 ist, ist $X \leq 6$.

Also lehnt man bei 6 ab, und nimmt bei 5 die Hypothese an.

Somit ergibt sich der Ablehnungsbereich von 6,7,8,

- c) Wie entscheidet der Abnehmer, wenn er bei 4 Clementinen Kerne findet?

Da 4 zum Annahmebereich gehört, glaubt er dem Händler

- d) Welchen Fehler kann er dabei begehen?

Einen Fehler 2. Art.

- e) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für diesen Fehler wenn tatsächlich 10% der Clementinen Kerne haben?

Dieser Fehler bedeutet, H_0 anzunehmen, obwohl H_0 falsch ist.

$$B_{50,01}(X \leq 5) = 0,6161.$$

Also mehr als 60%.