

1. Klausur Mathematik

Leistungskurs Klasse 12

1. Gegeben ist die Zahlenfolge $(a_n) = \left(\frac{2n-2}{n+1} \right)$.
 - 1.1. Berechnen Sie die ersten 5 Glieder der Zahlenfolge und stellen Sie sie graphisch dar!
 - 1.2. Führen Sie eine exakte Monotonieuntersuchung durch!
 - 1.3. Weisen Sie nach, dass die Zahlenfolge nach unten und nach oben beschränkt ist!
 - 1.4. Bestimmen Sie mithilfe der Grenzwertsätze den Grenzwert der Zahlenfolge!
 - 1.5. Wieviele Folgenglieder liegen außerhalb der ε -Umgebung des Grenzwertes, wenn $\varepsilon=0,001$?

2. Beweisen Sie:
 - 2.1. Jedes Folgenglied ($n>1$) einer arithmetischen Zahlenfolge ist das arithmetische Mittel aus seinem Vorgänger und seinem Nachfolger!
 - 2.2. Werden die Folgenglieder einer nichtkonstanten arithmetischen Zahlenfolge quadriert, so entsteht eine nichtarithmetische Zahlenfolge. *Abitur Mecklenburg-Vorpommern 1995*
 - 2.3. Die harmonische Reihe ist divergent.

3. Welchen Werten nähern sich die bereits von MICHAEL STIFEL (1487-1567) untersuchten Reihen?
 - 3.1. $(a_n) = \left(1 + \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \frac{8}{27} + \frac{16}{81} + \frac{32}{243} + \dots \right)$
 - 3.2. $(b_n) = \left(1 - \frac{2}{3} + \frac{4}{9} - \frac{8}{27} + \frac{16}{81} - \frac{32}{243} + \dots \right)$
 - 3.3. $(c_n) = \left(-1 + \frac{2}{3} - \frac{4}{9} + \frac{8}{27} - \frac{16}{81} + \frac{32}{243} - \dots \right)$

4. Ein Ball wird 5 Meter senkrecht nach oben geworfen. Nach dem Auftreffen erreicht er immer nur 80% der vorherigen Höhe. Die Höhen der Umkehrpunkte bilden eine Folge (h_n) .
 - 4.1. Geben Sie die ersten 4 Folgenglieder an!
 - 4.2. Bestimmen Sie den Gesamtweg, den der Ball (theoretisch) zurücklegt!
 - 4.3. Die Zeit für eine Teilbewegung (hoch und wieder runter) kann man nach der Formel $t = 0,9 \cdot \sqrt{h}$ berechnen. Diese Zeiten bilden eine Folge (t_n) .
 - 4.4. Geben Sie die ersten 5 Folgenglieder mit einer Genauigkeit von 0,01 an!
 - 4.5. Prüfen Sie, ob es sich um eine geometrische Zahlenfolge handeln könnte!
 - 4.6. Weisen Sie nach, dass es sich um eine geometrische Zahlenfolge mit $q = \sqrt{0,8}$ handelt!
 - 4.7. Bestimmen Sie die Gesamtdauer des Vorgangs!

5. Von einer geometrischen Zahlenfolge (a_n) ist bekannt:
 - I $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n a_k = 10$
 - II $\sum_{k=1}^4 a_k = \frac{75}{8}$
 Bestimmen Sie das erste Glied der Folge!