

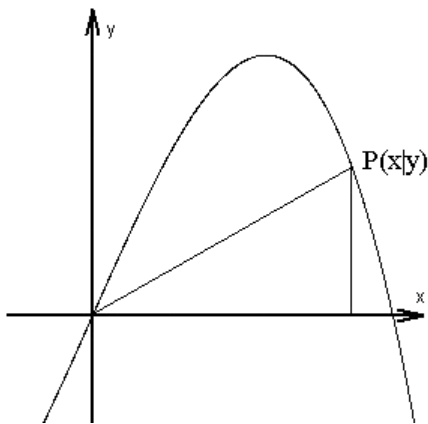
3. Klausur Mathematik Leistungskurs Klasse 12

1. Die nachfolgende Skizze zeigt einen Ausschnitt aus dem Funktionsverlauf der Funktion

$$y = f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 4x.$$

- 1.1. Bestimmen Sie für diese Funktion die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, die Extrempunkte und die Wendepunkte.
1.2. Für jeden Punkt P auf f, der im 1. Quadranten liegt, lässt sich ein rechtwinkliges Dreieck mit den Eckpunkten $O(0|0)$, $Q(u|0)$ und $P(u|f(u))$ angeben.

Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes P so, dass der Flächeninhalt des Dreiecks OQP maximal wird und geben Sie die Größe dieses maximalen Flächeninhaltes an!



2. Für jeden nicht verschwindenden reellen Parameter a ist eine Funktion durch die Gleichung $y = f_a(x) = \frac{x^2 + 2x + a}{x + 2}; x \in \mathbb{R}$ gegeben. Die zugehörige Kurvenschar sei G_a .

- 2.1. Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes von G_a mit der Ordinate!
Für welche a existieren Nullstellen?
2.2. Ermitteln Sie die Gleichungen der Asymptoten von G_a !
2.3. Für welche Werte von a existieren Extremwerte?
Berechnen Sie die Koordinaten der Extrempunkte von G_a und weisen Sie die Art der Extrema nach!
2.4. Zeigen Sie, dass keine Funktion der Schar einen Wendepunkt besitzt!
2.5. Skizzieren Sie G_1 und seine Asymptoten im Intervall $-5 \leq x \leq 5$ in ein Koordinatensystem!

3. Welche Punkte der Parabel $y = f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3$ haben den kleinsten Abstand zum Ursprung?

Hinweis: In diesem Fall stimmen die Arten der Extrema von Ziel- und Hilfsfunktion überein