

6. Kurzkontrolle Mathematik Leistungskurs 12

1. Für jede nichtnegative reelle Zahl a ist eine Funktion f_a in folgender Weise definiert: $y = f_a(x) = \frac{(x+a)^2}{x-1}$ ($a \in \mathbb{R}^{\geq 0}$).
Der Graph der Funktion f_a sei G_a .
 - 1.1. Kurvendiskussion
 - 1.1.1. Bestimmen Sie die Schnittpunkte von G_a mit den Koordinatenachsen.
 - 1.1.2. Geben Sie die Gleichungen der Asymptoten an G_a an
 - 1.1.3. Bestimmen Sie das lokale Minimum T und das lokale Maximum H von G_a ! Zeigen Sie, dass gilt $f_a''(x) = \frac{2 \cdot (a+1)^2}{(x-1)^3}$ und weisen Sie die Art der Extrema nach!
 - 1.1.4. Überprüfen Sie G_a auf Wendepunkte!
 - 1.1.5. Stellen Sie die Funktionen f_0 und f_2 in einem gemeinsamen Koordinatensystem graphisch dar!
 - 1.2. Alle Minima und alle Maxima der Funktionen f_a liegen je auf einer Geraden. Geben Sie die Gleichungen dieser beiden Geraden an!
(Ortskurve der Minima bzw. Maxima)
 - 1.3. Zeigen Sie, dass je zwei Funktionen der Schar f_a und f_b ($a \neq b$) nur einen gemeinsamen Punkt besitzen und geben Sie die Koordinaten dieses Punktes an!
 - 1.4. Für jede Funktion liegen das lokale Maximum und das lokale Minimum auf einer Geraden.
 - 1.4.1. Geben Sie die Gleichung dieser Geraden an!
Das ist nicht das selbe wie in 1.2.!
 - 1.4.2. Der Teil der Geraden, der zwischen den Extrema liegt, ist die Hypotenuse eines Dreiecks mit den Eckpunkten $H(x_H | y_H)$, $P(x_T | y_H)$ und $T(x_T | y_T)$.
Bestimmen Sie Flächeninhalt und Umfang des Dreiecks HPT!
 - 1.4.3. Weisen Sie nach, dass alle Dreiecke HPT ähnlich sind, indem Sie den Hauptähnlichkeitssatz verwenden!