

1. Übungsserie

Mathematik Klasse 12

ganzrationale Funktionen

1. Führen Sie eine vollständige Kurvendiskussion (Symmetrie, Grenzwerte für x gegen \pm unendlich, Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Extrempunkte, Wendepunkte, Skizze) für die Funktion $y = f(x) = \frac{2}{9}(x^3 + 5x^2 + 3x - 9)$ durch!

2. Für jeden reellen Parameter t ist eine Funktion definiert durch:
 $y = f_t(x) = x^4 + t \cdot x^2 + t; t, x \in \mathbb{R}$
 - 2.0. Begründen Sie, dass keine Funktion der Schar genau 3 Nullstellen hat!
 - 2.1. Stellen Sie die Anzahl, der Extrem- und Wendestellen in Abhängigkeit von t tabellarisch dar!
 - 2.2. Betrachtet werden jetzt die Funktionen der Schar mit negativem t , das heißt:
 $y = f_t(x) = x^4 - t \cdot x^2 - t; t, x \in \mathbb{R}; t > 0$
 - 2.2.1. Führen Sie eine vollständige Kurvendiskussion (Symmetrie, Grenzwerte für x gegen \pm unendlich, Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Extrempunkte, Wendepunkte) für die Funktionen der Schar durch!

Hinweis: $t > 0 \Rightarrow \sqrt{t^2 + 4t} > t$
 - 2.2.2. Stellen Sie die Funktionen f_1 und f_4 graphisch dar!
 - 2.2.3. Welche der Funktionen verläuft durch den Punkt $(1; -1)$?
 - 2.2.4. Welche der Funktionen hat die Nullstellen -2 und 2 ?
 - 2.2.5. Alle Minima der Graphen der Schar liegen auf einer Kurve. Geben Sie die Gleichung der Kurve an!
 - 2.2.6. Jede dieser Funktionen besitzt 2 Wendepunkte. Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes der Wendetangenten.
 - 2.2.7. Für jedes t bilden die Extrempunkte der Funktion ein Dreieck. Berechnen Sie den Flächeninhalt!