

4. Übungsserie

Mathematik Klasse 12

Extremwertaufgaben

1. Aus einem geraden Kreiskegel soll ein Zylinder mit maximalem Volumen herausgearbeitet werden. Welcher Anteil des Kegels wird zu Abfall?
2. Aus einer Halbkugel soll ein Zylinder mit maximalem Volumen herausgearbeitet werden. Welcher Anteil der Halbkugel wird zu Abfall?
3. Aus einem Halbkreis soll ein Rechteck mit maximalem Flächeninhalt herausgearbeitet werden. Welcher Teil des Halbkreises wird zu Abfall?
4. Aus einem Halbkreis soll ein Rechteck mit maximalem Umfang herausgearbeitet werden. Welcher Teil des Halbkreises wird zu Abfall?
5. Eine Firma verkauft von einem Artikel monatlich 10 000 Stück zu einem Stückpreis von 10,00 €. Die Produktionskosten setzen sich aus 100 000 € Festkosten und 2,50 € proportionalen Kosten. Aus einer Marktanalyse weiß man, dass bei einer Herabsetzung des Kaufpreises um jeweils 0,20 € 500 Stück mehr verkauft werden können.
 - 5.1. Bestimmen Sie Prohibitivpreis und Sättigung!
 - 5.2. Bei welchem Preis wird maximaler Gewinn erzielt? Wie hoch ist dieser?
 - 5.3. In den darauffolgenden Jahren ändern sich die Festkosten auf 67 000 € und 33 000 €. Alle anderen Bedingungen ändern sich nicht.
Bei welchen Preisen werden jetzt die maximalen Gewinne erzielt? Wie hoch sind diese?
6. Ein Fenster von der Form eines Rechtecks mit aufgesetztem Halbkreis hat den Umfang U . Wie sind die Abmessungen zu wählen, damit der Flächeninhalt möglichst groß wird?
7. Aus einem 4,80 m langen Stück Winkeleisen soll das (quaderförmige) Kantengerüst für ein Aquarium gebaut werden. Die Kantenlängen der Bodenfläche sollen im Verhältnis 1:2 stehen. Bestimmen Sie die Abmessungen für maximales Volumen!
8. Welche beiden reellen Zahlen mit einer bestimmten Differenz d haben das kleinste Produkt?
9. Auf der Abszisse bewegt sich ein Punkt mit einer Geschwindigkeit von 0,3 m/s nach links; auf der Ordinate einer mit $v = 0,4$ m/s nach unten. Zum Zeitpunkt $t = 0$ ist $x = 12$ m und $y = 9$ m. Wann haben die beiden Punkte die kleinste Entfernung zueinander?
10. Einem Halbkreis ist ein gleichschenkliges Trapez einzubeschreiben, dessen Grundseite der Halbkreisdurchmesser ist. Bei welchem Basiswinkel wird der Flächeninhalt maximal?

11. Um die Induktivität einer Spule zu erhöhen kann man einen Eisenkern verwenden. Das Innere einer Spule mit kreisförmigen Querschnitt soll durch einen Eisenkern mit kreuzförmigen Querschnitt maximal ausgefüllt werden. Wieviel Prozent der Kreisfläche werden ausgefüllt?
12. Welcher Punkt der Geraden $y = \frac{1}{2}x + 2$ hat vom Parabelast der Gleichung $y = \sqrt{x}$ den kleinsten Abstand?
13. Die Querschnittsfläche eines Kanals soll den Wert A haben. Aus Gründen des Materialverbrauchs und des Reibungswiderstandes soll der benetzte Umfang möglichst klein werden. Wie lang sind jeweils die Abmessungen des Querschnitts, wenn er
- 13.1. ein oben offenes Rechteck;
 - 13.2. ein oben offenes symmetrisches Trapez mit einem Böschungswinkel von 30° ;
 - 13.3. ein oben offenes gleichschenkliges Dreieck ist?

Erfordern Physik

14. Auf einer geneigten Ebene der Länge L rollt eine Kugel herab und rollt auf einer waagerechten Ebene aus. Bei welchem Neigungswinkel rollt sie am weitesten?
15. Ein Körper mit der Masse m soll auf einer horizontalen Unterlage mit dem Reibungskoeffizienten $\mu = 0,2$ von der Zugkraft F gleichförmig fortbewegt werden. Wie groß muss der Winkel zwischen F und der Horizontalen sein, damit die Kraft möglichst klein wird?
16. Für eine symmetrische Linse mit bekannter Brennweite ist mit Hilfe der Abbildungsgleichung die kürzeste Entfernung zwischen Gegenstand und Bild zu bestimmen!

Hämmer der Woche

17. Aus einem Kreis mit dem Radius r soll ein Sektor so geschnitten werden, dass er, zu einem Kegelmantel umgebogen, einen Kegel maximalen Inhaltes ergibt.
18. Der stationäre Anteil einer gedämpften erzwungenen Schwingung ist $K \cdot \cos(\omega t + \varphi)$. Für die Amplitude gilt: $K = f(\omega) = \frac{-K_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\delta\omega)^2}}$. Für welche Kreisfrequenz ω ergibt sich die maximale Amplitude (Resonanz)?
19. Für die Wurfweite bei einem schrägen Wurf mit beliebigen Anfangsbedingungen gilt $x = \frac{v_0}{g} \cdot \cos \alpha \cdot \left(v_0 \sin \alpha + \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha + 2h_0 g} \right)$
 Unter welchem Abwurfwinkel ist die Wurfweite maximal?
- 19.1 $v_0 = 1 \text{ms}^{-1}, h_0 = 0 \text{m}$
 - 19.2 $v_0 = 1 \text{ms}^{-1}, h_0 = 1 \text{m}$
 - 19.3 v_0, h_0 beliebig