

5. Übungsserie

Mathematik Klasse 12

Näherungsverfahren, Integrale

1. Gegeben ist die Funktion $y = f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{e^x}}$.

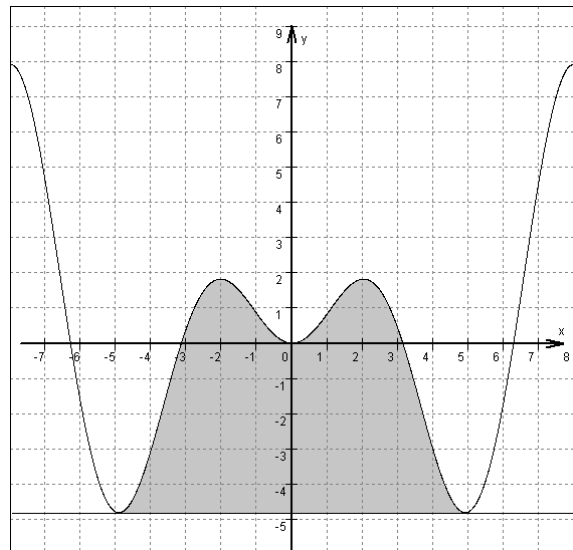
Weisen Sie nach, dass die 1. Ableitung der Funktion f durch

$$y = f'(x) = \frac{1}{\sqrt{e^x}} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{2} \ln x \right)$$
 gegeben ist und bestimmen Sie mit einem geeigneten

Näherungsverfahren die Extremstelle des Graphen der Funktion auf 3 Dezimale genau!

2. Die Skizze zeigt den Graphen der Funktion $y = g(x) = x \sin x$.

- 2.1. Weisen Sie die beobachtete Symmetrie rechnerisch nach!
- 2.2. Bestätigen Sie rechnerisch, dass $O(0|0)$ ein Extrempunkt ist!
- 2.3. Bestimmen Sie mit einem geeigneten Näherungsverfahren die weiteren Extremstellen im Intervall $-2\pi \leq x \leq 2\pi$ auf drei Dezimale genau!
- 2.4. Berechnen Sie den Inhalt der grau hinterlegten Fläche!



3. Bestimmen Sie folgende Integrale!

$$3.1. \quad \int_1^2 \frac{x^2 - 3}{x^2} dx \quad \int_1^2 \frac{x^3 - 4x^2 - 2}{12x^4} dx \quad \int_1^2 \frac{(x^2 - 3)^2}{x^2} dx$$

$$\int_1^2 \sqrt{2x-1} dx \quad \int_1^2 e^{2x-1} dx \quad \int_1^2 \ln(2x-1) dx$$

$$3.2. \quad \int_0^1 \frac{2x+4}{(x+2)^2} dx \quad \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x dx \quad \int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{e^x+1} dx \quad \int_1^2 \frac{1}{x \ln x} dx$$

3.3. durch Substitution (Achtung auch die Integrationsgrenzen müssen geändert werden!)

$$\int_0^1 \frac{16}{(x-2)^2} dx \quad \int_0^1 \frac{5}{2x-1} dx \quad \int_0^1 \frac{12}{(2x-1)^3} dx \quad \int_0^1 \frac{x}{(5x+2)^2} dx \quad \int_0^1 \frac{x^2}{(x+2)^2} dx$$

$$\int_1^2 e^{1-x} dx \quad \int_{\ln 1}^{\ln 2} x e^{-x^2} dx \quad \int_0^1 \frac{4x}{e^{x^2-1}} dx \quad \int_{\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5}}}^{\frac{e}{\sqrt{5}}} x \ln(x^2-4) dx \quad \int_0^1 4x \ln(x^2+4) dx$$

3.4. durch partielle Integration

$$\int_0^1 2x e^{x+1} dx \quad \int_0^1 \frac{x^2-4}{e^x} dx \quad \int_0^1 \frac{x-1}{e^{1-x}} dx \quad \int_0^{2e} x^2(1-\ln x^2) dx \quad \int_0^{e^2} x(\ln x-1) dx$$

$$\int_{-1}^{e-2} 2 \cdot \ln^2(x-2) dx \quad \int_0^1 x \sin x dx \quad \int_0^1 e^x \sin x dx \quad \int_{\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5}}}^{\frac{e}{\sqrt{5}}} x^2 \cos x dx \quad \int_{\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5}}}^{\frac{e}{\sqrt{5}}} x \cos^2 x dx$$

3.5. Durch Partialbruchzerlegung

$$\int_0^1 \frac{4x-7}{x^2-x-6} dx \quad \int_0^1 \frac{4}{x^2-4} dx \quad \int_0^2 \frac{2x+1}{x^2+3x} dx \quad \int_2^5 \frac{x^2-3}{x^3-x} dx$$

3.6. Mit Hilfe von $(\tan^{-1} x)' = \frac{1}{x^2+1}$

$$\int_0^1 \frac{4}{x^2+1} dx \quad \int_0^1 \frac{32}{x^2+16} dx \quad \int_0^2 \frac{2-x}{x^2+1} dx \quad \int_2^5 \frac{10}{x^2-4x+9} dx \quad \int_0^3 \frac{4x-12}{x^2-4x+5} dx$$