

3. Klausur

Mathematik Klasse 12

1. Für jeden positiven Wert t ist eine Funktion gegeben durch

$$y = f_t(x) = (x - 3t)\sqrt{x}.$$

Der Graph der Funktion f_t sei G_t .

- Bestimmen Sie für G_t die Schnittpunkte mit den Achsen sowie den Extrempunkt!
- Weisen Sie nach, dass G_t keine Wendepunkte besitzt!
- Zeichnen Sie die Kurven $G_{1/3}$ und G_1 in ein gemeinsames Koordinatensystem!
- Weisen Sie nach dass alle Kurven der Schar nur einen gemeinsamen Punkt besitzen!
- Welche Kurve läuft durch $A(2;-2)$?
- Welche Kurve hat bei $x=2$ ihr Extremum?
- Bestimmen Sie die Gleichung der Ortskurve, auf der alle Extrema der Schar liegen!

2. Gegeben ist die Funktionenschar f_a mit

$$y = f_a(x) = \frac{(x - a)^2}{x^2}, a \neq 0.$$

- Untersuchen Sie die Graphen der Schar auf gemeinsame Punkte mit der x -Achse, lokale Extrempunkte, Asymptoten!
Berechnen Sie gegebenenfalls die Koordinaten der gesuchten Punkte und weisen Sie die Art der Extrema nach!
In welchen Punkten schneiden die Graphen von f_a eine der beiden Asymptoten?
- Skizzieren Sie die Graphen von f_{-1} und f_3 im Intervall $-5 \leq x \leq 6$ in ein gemeinsames Koordinatensystem!

3. Gegeben ist die Funktionenschar f_a durch die Gleichung

$$y = f_a(x) = \frac{x^2}{x - a^2}, a > 0.$$

Die zugehörige Kurvenschar sei G_a !

- Geben Sie die Gleichungen der Asymptoten von G_a an!
- Die lokalen Extrempunkte von G_a liegen auf dem Graphen einer Funktion g . Geben Sie eine Gleichung für g an!
Bestimmen Sie diejenige Funktion f_a , bei der die Entfernung zwischen den beiden Extrempunkten $2\sqrt{5}$ Längeneinheiten beträgt! (Hinweis: Satz des Pythagoras)
- Skizzieren Sie G_1 und seine Asymptoten!
 G_1 kann für betragsmäßig große x -Werte durch eine seiner Asymptoten ersetzt werden. Für welche Werte von x ($x > 1$) ist dabei die Differenz der zugehörigen y -Werte kleiner als 0,01?
- Die Punkte $O(0;0)$, $P(u;0)$, $Q(u;f_1(u))$ $R(0;f_1(u))$ sind Eckpunkte eines Rechtecks. Zeichnen Sie das Rechteck für $u=2$ in das schon bestehende Koordinatensystem!
Bestimmen Sie u , so, dass der Flächeninhalt des Rechtecks ein Minimum wird!