Kurzkontrolle
Mathematik 12-W
Grundkurs

1. Gegeben ist die Funktion $y = f(x) = 10 \cdot \left(\frac{-4x + 8}{x^3} \right); x \neq 0$.
   a) Berechnen Sie die Nullstelle, die Polstelle, die Koordinaten des Extrempunktes und des Wendepunktes der Funktion f!
   b) Stellen Sie die Funktion f in einem geeigneten Koordinatensystem grafisch dar!

2. a) Führen Sie für die Funktion $y = f(x) = \frac{1}{12} x^3 (x - 4)$ eine vollständige Kurvendiskussion durch!
   b) Bestimmen Sie die Gleichungen der zwei Wendetangenten!
   c) Die Wendetangenten schneiden den Graphen von f in jeweils einem weiteren Punkt. Geben Sie die Koordinaten der beiden Punkte an!

Kurzkontrolle
Mathematik 12-W
Leistungskurs

1. a) Führen Sie für die Funktionenschar $y = f_t(x) = 10 \cdot \left(\frac{-tx + 8}{x^3} \right); x \neq 0, t > 0$ eine vollständige Kurvendiskussion durch!
   b) Stellen Sie die Funktionen f_4 und f_6 und f_8 in einem gemeinsamen Koordinatensystem grafisch dar!
   c) Bestimmen Sie die Gleichungen der Wendetangenten der Funktionen der Schar!
   d) Die Extrempunkte liegen alle auf einer Kurve. Geben Sie die Gleichung der Kurve an!
   Z) Für die k-te Ableitung gilt: $f_t^{(k)}(x) = 10 \cdot (k+1)! \cdot \frac{(-1)^{k+1}\left(tx - (8+4k)\right)}{X^{k+3}}$. Leiten Sie $f_t^{(k)}(x)$ ab und zeigen Sie so die Richtigkeit von $f_t^{(k+1)}(x) = 10 \cdot (k+2)! \cdot \frac{(-1)^{k}\left(tx - \left(8 + 4(k+1)\right)\right)}{X^{k+4}}$!

2. Für jedes positive reelle a ist eine Funktion durch die Gleichung

   $$y = f_a(x) = \frac{x}{2} + \frac{a}{2} \cdot (x-4)^{-1}; x \neq 4$$

   definiert. Der zu f_a gehörende Graph sei G_a.

   a) Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte von G_a mit den Koordinatenachsen!
   b) Ermitteln Sie das Verhalten im Unendlichen und geben Sie die Gleichungen der Asymptoten von G_a an!
   c) Für welche Werte von a besitzen die Graphen G_a Extrempunkte?
   d) Zeigen Sie, dass kein Graph G_a einen Wendepunkt hat!
   e) Skizzieren Sie G_3 und seine Asymptoten in ein Koordinatensystem!