

# Klausur Mathematik Leistungskurs

## rationale Funktionen

1. Für jeden reellen Parameter  $t$  ist eine Funktion  $f_t$  gegeben durch:

$$f_t(x) = -\frac{1}{2}x^3 + 6x + t; (x \in \mathbb{R})$$

Die Graphen von  $f_t$  heißen  $G_t$ .

- 1.1. Kurvendiskussion
- 1.1.1. Untersuchen Sie  $G_t$  auf Extrem- und Wendepunkte!
- 1.1.2. Für welchen Parameterwert  $t$  liegt der Hochpunkt von  $G_t$  auf der  $x$ -Achse?
- 1.1.3. Berechnen Sie die Schnittpunkte von  $G_0$  mit der  $x$ -Achse!
- 1.1.4. Zeichnen Sie  $G_0$  für  $-4 \leq x \leq 4$  mit  $1 \text{ LE} = 1 \text{ cm}$  in ein Koordinatensystem!
- 1.2. Zeichnen Sie den Graphen  $H$  der Funktion  $y = h(x) = \frac{1}{4}x^3$  in das schon bestehende Koordinatensystem
- 1.3.  $H$  zerlegt die Fläche zwischen  $G_0$  und der positiven  $x$ -Achse in zwei Teilflächen. Berechnen Sie das Verhältnis der Inhalte der beiden Teilflächen!

## Geometrie des Raumes

2. Gegeben sind die Punkte  $A(2;0;5)$ ,  $B(3;1;5)$ ,  $C(3;2;6)$ ,  $D(3;4;-1)$  und  $E(-3;-10;9)$ .
- 2.1. Ermitteln Sie eine Parameter- und eine Koordinatengleichung der Ebene  $\varepsilon_1$ , die die Punkte  $A$ ,  $B$  und  $C$  enthält!
- 2.2. Berechnen Sie den Abstand des Punktes  $D$  von der Ebene  $\varepsilon_1$ !
- 2.3. In welchem Punkt  $S$  durchstößt die Gerade  $DE$  die Ebene  $\varepsilon_1$ ? Berechnen Sie den Winkel zwischen der Gerade  $DE$  und der Ebene  $\varepsilon_1$ !
- 2.4. Geben Sie eine Gleichung der Ebene  $\varepsilon_2$  an, die durch  $D$  geht und parallel zu  $\varepsilon_1$  verläuft! Ermitteln Sie eine Gleichung einer Ebene  $\varepsilon_3$ , die durch  $D$  geht und orthogonal zu  $\varepsilon_1$  ist!
- 2.5. Gegeben sind die Ebenen

$$\varepsilon_4 : \vec{x} = \begin{pmatrix} a \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$\varepsilon_5 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} b \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + u \cdot \begin{pmatrix} c \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie  $a$ ,  $b$  und  $c$  für den Fall, dass die Ebenen  $\varepsilon_4$  und  $\varepsilon_5$  identisch sind!

# Klausur Mathematik Grundkurs

## rationale Funktionen

1. Gegeben sind die Funktionen:

$$y = f(x) = -\frac{4}{x}$$

$$y = g(x) = x^3 - 5x$$

Ihre Graphen heißen F bzw. G.

1.1. Berechnen Sie die Funktionswerte von f für  $x = -4; -2; -1; -0,5; 0; 0,5; 1; 2; 4$  und zeichnen Sie F in ein Koordinatensystem!

1.2. Kurvendiskussion

1.2.1. Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte von G mit den Koordinatenachsen!

1.2.2. Berechnen Sie die Koordinaten der Extrem- und Wendepunkte von G!

1.2.3. Skizzieren Sie G in das schon bestehende Koordinatensystem!

1.3. Die beiden Graphen schließen im 2. und 4. Quadranten je eine Fläche ein.

1.3.1. Begründen Sie, dass diese beiden Flächen kongruent sind!

1.3.2. Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte von G und F!

1.3.3. Berechnen Sie den Inhalt einer der beiden Flächen!

## Geometrie des Raumes

2. K sei das Kantenmodell eines ebenflächig begrenzten Körpers mit den Eckpunkten  $A(8;0;0)$ ,  $B(0;6;0)$ ,  $C(0;0;0)$ ,  $D(8;0;2)$ ,  $E(0;6;4)$  und  $F(0;0;6)$ .

2.1. Stellen Sie den Körper in einem kartesischen Koordinatensystem dar!

2.2. Berechnen Sie den Oberflächeninhalt des Körpers!

2.3. K wird von einem Punkt P der x-y-Ebene aus „beobachtet“.

2.3.1. Ermitteln Sie rechnerisch die Koordinaten von P wenn die Kante AD die Kante CF genau verdeckt!