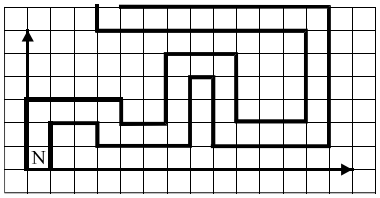
Komplexe Aufgaben zu rationalen Zahlen

1. Zeichne in ein Standardkoordinatensystem einen Kreis mit dem Mittelpunkt M(0;-2) und dem Radius r = 2,5 cm! Er schneidet die Koordinatenachsen in den Punkten A, B, C, und D.
   a) Gib die Koordinaten der Punkte A, ..., D an!

   Der Kreis kann in ein Quadrat einbeschrieben werden, dessen Seiten parallel zu den Koordinatenachsen sind. Die Eckpunkte sind die Punkte E, F, G und H.
   b) Gib die Koordinaten der Punkte E, ..., H an und berechne den Flächeninhalt des Quadrates!
   c) Zeichne die Punkte E_1, F_1, G_1 und H_1 in das Koordinatensystem, die sich ergeben, wenn man die Abszissen der Punkte E, ..., H beibehält und die Ordinaten durch ihre Beträge ersetzt! Berechne den Flächeninhalt der entstehenden Figur! *(Beispiel: $E(x;y)$ --> $E_1(x;|y|)$)*

2. Zum Erlernen der Programmiersprache PASCAL wurde NIKI entwickelt. NIKI ist ein Roboter der sich über den Bildschirm bewegen und kleine Aufgaben lösen kann. Er kennt die Anweisungen ***VOR n***; dabei ist n ist die Anzahl der Schritte (***VOR 3*** bewegt den Roboter 3 Schritte nach vorn ***VOR -3*** den Roboter 3 Schritte zurück) und ***LINKS 90***, ***LINKS 180*** und ***LINKS 270*** für eine Linksdrehung um 90°, 180° bzw. 270°.
   a) Auf den Bildschirm ist ein Koordinatensystem gezeichnet, NIKI startet im Koordinatenursprung mit Blickrichtung nach oben.
      Zeichne den Weg des Roboters bei folgendem Programm!
      VOR 1 LINKS 90 VOR -2 LINKS 90 VOR 3 LINKS 90 VOR -4 LINKS 90 VOR 5 LINKS 90 VOR -6 LINKS 90 VOR 7
      Welche Wegstrecke legt NIKI dabei zurück?
   b) Führe NIKI aus dem Labyrinth heraus! (NIKI guckt nach oben!)



3. Ein Eisenbahnzug fährt mit einer Geschwindigkeit von 60 km/h. Der Schaffner braucht 4 min, um den 420 m langen Zug zu durchqueren. Wieviel km legt er dabei bezogen auf die Schienen zurück, wenn er
   a) von hinten nach vorn geht,
   b) von vorn nach hinten geht?

4. Entscheide, ob folgende Behauptungen richtig oder falsch sind!
   a) Die Summe einer rationalen Zahl und ihrer Gegenzahl ist immer Null.
   b) Die Differenz einer rationalen Zahl und ihrer Gegenzahl ist immer positiv.
   c) Der Betrag der Summe zweier rationaler Zahlen ist immer gleich der Summe der Beträge dieser Zahlen.
   d) In einer Summe darf man die Summanden beliebig vertauschen.
   e) Die Differenz zweier rationaler Zahlen mit gleichem Vorzeichen ist stets positiv.
   f) Die Differenz der Beträge zweier rationaler Zahlen ist höchstens so groß wie der Betrag ihrer Differenz.

   g) Wenn man eine rationale Zahl mit der Gegenzahl ihres Reziproken multipliziert, erhält man -1.
   h) Wenn man eine Zahl durch ihre Gegenzahl dividiert, erhält man 1.
   i) Wenn man eine Zahl durch ihr Reziproke dividiert, erhält man -1.
   j) Gegenzahl und Reziproke einer Zahl sind niemals gleich.
   k) Es gibt rationale Zahlen, für die die Beträge von Gegenzahl und Reziproke übereinstimmen.
   l) Es gibt rationale Zahlen, für die die Summe aus Gegenzahl und Reziproke eine ganze Zahl ist.

5. Vater und Tochter sind heute zusammen 50 Jahre alt. In sieben Jahren ist der Vater dreimal so alt wie seine Tochter. Wie alt sind Vater und Tochter heute?

6. Für welche Zahl gilt: Das Doppelte der Zahl ist um eins kleiner als die Zahl selbst.

7. An einem Ort in Sibirien betrugen die mittleren Monatstemperaturen von Januar bis Dezember:
   -49°C, -45,1°C, -29,7°C, -13,2°C, 1,9°C, 12,6°C, 15,4°C, 10,8°C, 2,4°C, - 14,2°C, -36,9°C, -47°C.
   Berechne die mittlere Jahrestemperatur und stelle den Sachverhalt in einem Diagramm grafisch dar!